

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AC310

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Pierpaolo Esposito

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 2

19 OTTOBRE 2012

1. Studiare il comportamento delle funzioni, prestando particolare attenzione al bordo del disco di convergenza, definite come somma delle serie:

$$(a) f(z) = \sum_{n \geq 1} \frac{z^n}{n^2};$$

$$(b) g(z) = \sum_{n \geq 1} z^n;$$

$$(c) h(z) = \sum_{n \geq 1} z^{2^n}.$$

2. Calcolare i primi termini (fino al grado 6) dell'inversa della serie formale $\cos(T)$.

3. Sviluppare in serie di potenze nel punto indicato:

$$(a) f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z + 2}, \text{ in } z = 1;$$

$$(b) g(z) = \frac{1}{(2i+z)^3}, \text{ in } z = 0;$$

$$(c) h(z) = \frac{e^z - \cos z}{z-2}, \text{ in } z = 0.$$

4. Verificare che:

$$(a) \sin(z) = -i \sinh(z);$$

$$(b) \tanh(z) = -i \tan(iz).$$

5. Descrivere l'insieme $S = \{z \in \mathbb{C} : \cos(z) \in \mathbb{R}\}$. La funzione $\cos(z)$ è limitata?

6. Sia $\sum_{n \geq 1} a_n z^n$ una serie di potenze.

Se $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} = R$, allora R è il raggio di convergenza della serie.

7. Calcolare:

$$\int_C z \operatorname{Im}(z^2) dz$$

dove $C := \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Im}(z)| \leq 1, \operatorname{Re}(z) = 1\}$.